



i Hinweis: KI-generierte Musterlösung - bei Unklarheiten gerne nochmal im Buch nachschlagen.

AUFGABE 1a

TIPP: Die Scheitelpunktform lautet allgemein $f(x) = a(x - d)^2 + e$. Vergleiche die gegebene Gleichung mit dieser Form.

SCHRITT 1: Vergleiche $f(x) = (x - 2)^2 + 3$ mit $f(x) = (x - d)^2 + e$. Dabei ist $d = 2$ und $e = 3$.

SCHRITT 2: Der Scheitelpunkt hat die Koordinaten $S(d | e)$, also $S(2 | 3)$. Achte darauf, dass bei $(x - 2)$ das Vorzeichen in der x-Koordinate des Scheitels umgedreht wird (aus -2 wird +2).

ENDERGEBNIS: $S(2 | 3)$

AUFGABE 1b

TIPP: Schau dir den Vorfaktor vor der Klammer an.

SCHRITT 1: Die Funktion lautet $f(x) = (x - 2)^2 + 3$. Der Vorfaktor a vor der Klammer ist hier $a = 1$, also positiv.

SCHRITT 2: Ist a positiv, ist die Parabel nach oben geöffnet. Wäre a negativ, würde sie nach unten geöffnet sein.

ENDERGEBNIS: Die Parabel ist nach oben geöffnet, da der Vorfaktor $a = 1 > 0$ ist.

AUFGABE 1c

TIPP: Setze $x = 0$ in die Funktionsgleichung ein und rechne Schritt für Schritt.

SCHRITT 1: $f(0) = (0 - 2)^2 + 3$

SCHRITT 2: Berechne zuerst die Klammer: $(0 - 2) = -2$, also $f(0) = (-2)^2 + 3$.

SCHRITT 3: $(-2)^2 = 4$, also $f(0) = 4 + 3$.

ENDERGEBNIS: $f(0) = 7$

AUFGABE 1d

TIPP: Überlege, wie tief der tiefste Punkt der Parabel liegt und ob die x-Achse ($y = 0$) überhaupt erreicht werden kann.

SCHRITT 1: Der Scheitelpunkt liegt bei $S(2 | 3)$. Da die Parabel nach oben geöffnet ist, ist dies der tiefste Punkt des gesamten Graphen.

SCHRITT 2: Der y-Wert des Scheitelpunkts beträgt 3, das heißt, kein Punkt der Parabel liegt tiefer als $y = 3$.





SCHRITT 3: Da $y = 3$ bereits oberhalb der x-Achse ($y = 0$) liegt, kann die Parabel die x-Achse nirgends schneiden.

ENDERGEBNIS: Die Parabel hat keine Nullstellen, da ihr tiefster Punkt (der Scheitelpunkt) bei $y = 3$ liegt und somit nie die x-Achse ($y = 0$) erreicht.

AUFGABE 2a

TIPP: Bei der quadratischen Ergänzung nimmst du die Hälfte des Koeffizienten vor x, quadrierst sie und addierst sowie subtrahierst diesen Wert.

SCHRITT 1: Gegeben ist $f(x) = x^2 - 6x + 10$. Betrachte den Koeffizienten vor x, das ist -6.

SCHRITT 2: Halbiere diesen Koeffizienten: $-6 : 2 = -3$. Quadriere das Ergebnis: $(-3)^2 = 9$.

SCHRITT 3: Addiere und subtrahiere diese 9 direkt im Term: $f(x) = x^2 - 6x + 9 - 9 + 10$.

SCHRITT 4: Die ersten drei Glieder bilden eine binomische Formel: $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$.

SCHRITT 5: Fasse die restlichen Zahlen zusammen: $-9 + 10 = 1$. Damit ergibt sich $f(x) = (x - 3)^2 + 1$.

ENDERGEBNIS: $f(x) = (x - 3)^2 + 1$, Scheitelpunkt S(3 | 1)

AUFGABE 2b

TIPP: Gehe genauso vor wie bei Aufgabe 2a - halbiere den Koeffizienten vor x und quadriere ihn.

SCHRITT 1: Gegeben ist $g(x) = x^2 + 4x - 1$. Der Koeffizient vor x ist +4.

SCHRITT 2: Halbiere ihn: $4 : 2 = 2$. Quadriere das Ergebnis: $2^2 = 4$.

SCHRITT 3: Addiere und subtrahiere diese 4 im Term: $g(x) = x^2 + 4x + 4 - 4 - 1$.

SCHRITT 4: Die ersten drei Glieder bilden eine binomische Formel: $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$.

SCHRITT 5: Fasse die restlichen Zahlen zusammen: $-4 - 1 = -5$. Damit ergibt sich $g(x) = (x + 2)^2 - 5$.

ENDERGEBNIS: $g(x) = (x + 2)^2 - 5$, Scheitelpunkt S(-2 | -5)





AUFGABE 3a

TIPP: Überlege dir, wie sich eine Verschiebung nach rechts und eine Verschiebung nach unten jeweils einzeln in der Scheitelpunktform $f(x) = (x - d)^2 + e$ auswirken.

SCHRITT 1: Eine Verschiebung um 3 Einheiten nach rechts bedeutet, dass $d = 3$ ist, also steht in der Klammer $(x - 3)$.

SCHRITT 2: Eine Verschiebung um 5 Einheiten nach unten bedeutet, dass $e = -5$ ist, also wird am Ende 5 subtrahiert.

SCHRITT 3: Setze beide Verschiebungen in die Scheitelpunktform ein: $f(x) = (x - 3)^2 - 5$.

ENDERGEBNIS: $f(x) = (x - 3)^2 - 5$

AUFGABE 3b

TIPP: Eine Verschiebung nach links wirkt sich mit einem Pluszeichen in der Klammer aus, eine Streckung zeigt sich als Vorfaktor vor der Klammer.

SCHRITT 1: Eine Verschiebung um 1 Einheit nach links bedeutet $d = -1$, also steht in der Klammer $(x - (-1)) = (x + 1)$.

SCHRITT 2: Eine Streckung mit dem Faktor 2 bedeutet, dass vor die Klammer der Vorfaktor $a = 2$ geschrieben wird.

SCHRITT 3: Setze beides zusammen in die Scheitelpunktform ein: $f(x) = 2(x + 1)^2$.

ENDERGEBNIS: $f(x) = 2(x + 1)^2$

AUFGABE 4a

TIPP: Klammere zuerst den Vorfaktor 2 aus den ersten beiden Gliedern aus, bevor du die quadratische Ergänzung durchführst.

SCHRITT 1: Gegeben ist $h(x) = 2x^2 - 8x + 6$. Klammere aus den ersten beiden Summanden die 2 aus: $h(x) = 2(x^2 - 4x) + 6$.

SCHRITT 2: Führe die quadratische Ergänzung innerhalb der Klammer durch: Halbiere -4 zu -2 und quadriere: $(-2)^2 = 4$. Also $h(x) = 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 6$.

SCHRITT 3: Schreibe die binomische Formel: $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$. Damit: $h(x) = 2((x - 2)^2 - 4) + 6$.

SCHRITT 4: Löse die äußere Klammer auf, indem du die 2 mit beiden Gliedern innerhalb multiplizierst: $h(x) = 2(x - 2)^2 - 8 + 6$.





SCHRITT 5: Fasse die Zahlen zusammen: $-8 + 6 = -2$. Damit ergibt sich $h(x) = 2(x - 2)^2 - 2$.

ENDERGEBNIS: $h(x) = 2(x - 2)^2 - 2$, Scheitelpunkt $S(2 \mid -2)$

AUFGABE 4b

TIPP: Nutze die Scheitelpunktform aus Teilaufgabe a) und setze $h(x) = 0$, dann löse nach x auf.

SCHRITT 1: Setze die Scheitelpunktform gleich null: $2(x - 2)^2 - 2 = 0$.

SCHRITT 2: Addiere 2 auf beiden Seiten: $2(x - 2)^2 = 2$.

SCHRITT 3: Teile beide Seiten durch 2: $(x - 2)^2 = 1$.

SCHRITT 4: Ziehe die Wurzel auf beiden Seiten (denke an beide Vorzeichen): $x - 2 = 1$ oder $x - 2 = -1$.

SCHRITT 5: Löse beide Gleichungen nach x auf: $x_1 = 2 + 1 = 3$ und $x_2 = 2 - 1 = 1$.

ENDERGEBNIS: Die Nullstellen sind $x_1 = 3$ und $x_2 = 1$.

AUFGABE 4c

TIPP: Fasse die Ergebnisse aus a) und b) in eigenen Worten zusammen und beschreibe damit den typischen Verlauf einer Parabel.

SCHRITT 1: Betrachte den Vorfaktor $a = 2$ aus $h(x) = 2(x - 2)^2 - 2$. Da a positiv ist, ist die Parabel nach oben geöffnet.

SCHRITT 2: Der Scheitelpunkt liegt bei $S(2 \mid -2)$. Das ist der tiefste Punkt des Graphen.

SCHRITT 3: Die Parabel kommt von links oben, fällt bis zum Scheitelpunkt bei $x = 2$ ab, und steigt danach wieder nach rechts oben an.

SCHRITT 4: Da der Scheitelpunkt unterhalb der x -Achse liegt ($y = -2 < 0$), schneidet die Parabel die x -Achse zweimal, nämlich bei den Nullstellen $x_1 = 1$ und $x_2 = 3$.

ENDERGEBNIS: Der Graph ist eine nach oben geöffnete Parabel mit Scheitelpunkt $S(2 \mid -2)$, die die x -Achse bei $x = 1$ und $x = 3$ schneidet.





AUFGABE 5a

TIPP: Die maximale Höhe entspricht dem y-Wert des Scheitelpunkts. Lies ihn direkt aus der Scheitelpunktform ab.

SCHRITT 1: Die Funktion lautet $y(x) = -0,5(x - 4)^2 + 8$. Vergleiche sie mit der allgemeinen Scheitelpunktform $y(x) = a(x - d)^2 + e$.

SCHRITT 2: Es gilt $d = 4$ und $e = 8$, also liegt der Scheitelpunkt bei $S(4 \mid 8)$.

SCHRITT 3: Da der Vorfaktor $a = -0,5$ negativ ist, ist die Parabel nach unten geöffnet, und der Scheitelpunkt ist somit der höchste Punkt der Flugbahn.

ENDERGEBNIS: Die maximale Höhe beträgt 8 Meter, erreicht bei einer waagrechten Entfernung von 4 Metern.

AUFGABE 5b

TIPP: Schau dir das Vorzeichen des Faktors vor der Klammer an und überlege, was ein negativer Vorfaktor für die Form des Graphen bedeutet.

SCHRITT 1: In $y(x) = -0,5(x - 4)^2 + 8$ steht vor der Klammer der Faktor $-0,5$. Dieser ist negativ.

SCHRITT 2: Ist der Vorfaktor a negativ, ist die Parabel immer nach unten geöffnet, das heißt, ihre Äste zeigen nach unten.

SCHRITT 3: Im Sachzusammenhang bedeutet das: Der Ball steigt zunächst auf, erreicht bei $x = 4$ m seine größte Höhe von 8 m, und fällt danach wieder zu Boden - genau das Verhalten, das man von einem geworfenen Ball erwartet.

ENDERGEBNIS: Der negative Vorfaktor $a = -0,5$ zeigt, dass die Flugbahn nach unten geöffnet ist; der Ball steigt also bis zum Scheitelpunkt und fällt anschließend wieder.

