



i Hinweis: KI-generierte Musterlösung - bei Unklarheiten gerne nochmal im Buch nachschlagen.

AUFGABE 1

TIPP: Beim Erweitern multiplizierst du Zähler und Nenner mit derselben Zahl.

SCHRITT 1: $\frac{2}{3}$ mit 4 erweitern bedeutet: Zähler $2 \cdot 4$ und Nenner $3 \cdot 4$ rechnen.

ZWISCHENERGEBNIS: $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

SCHRITT 2: $\frac{5}{8}$ mit 3 erweitern bedeutet: Zähler $5 \cdot 3$ und Nenner $8 \cdot 3$ rechnen.

ZWISCHENERGEBNIS: $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$

SCHRITT 3: $\frac{3}{7}$ mit 5 erweitern bedeutet: Zähler $3 \cdot 5$ und Nenner $7 \cdot 5$ rechnen.

ZWISCHENERGEBNIS: $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$

ENDERGEBNIS: $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$, $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$

AUFGABE 2

TIPP: Suche beim Kürzen zuerst eine gemeinsame Zahl, durch die Zähler und Nenner beide teilbar sind - am besten gleich die größtmögliche (den größten gemeinsamen Teiler).

SCHRITT 1: $\frac{18}{24}$ kürzen: Beide Zahlen sind durch 6 teilbar ($18 : 6 = 3$, $24 : 6 = 4$).

ZWISCHENERGEBNIS: $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

SCHRITT 2: $\frac{45}{60}$ kürzen: Beide Zahlen sind durch 15 teilbar ($45 : 15 = 3$, $60 : 15 = 4$).

ZWISCHENERGEBNIS: $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$

SCHRITT 3: $\frac{36}{48}$ kürzen: Beide Zahlen sind durch 12 teilbar ($36 : 12 = 3$, $48 : 12 = 4$).

ZWISCHENERGEBNIS: $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$

ENDERGEBNIS: $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$, $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$, $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$ (alle drei Brüche sind gleichwertig zu $\frac{3}{4}$)





AUFGABE 3a

TIPP: Überlege zuerst, mit welcher Zahl du den Nenner 5 multiplizieren musst, um 20 zu erhalten.

SCHRITT 1: Du fragst dich: 5 mal welche Zahl ergibt 20? Das ist der Erweiterungsfaktor.

ZWISCHENERGEBNIS: Erweiterungsfaktor = 4 (denn $5 \cdot 4 = 20$)

SCHRITT 2: Diesen Faktor wendest du auch auf den Zähler an: $3 \cdot 4 = 12$.

ENDERGEBNIS: $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$, Erweiterungsfaktor 4

AUFGABE 3b

TIPP: Überlege, durch welche Zahl du den Zähler 42 teilen musst, um 3 zu erhalten - diese Zahl ist der Kürzungsfaktor.

SCHRITT 1: Du fragst dich: 42 geteilt durch welche Zahl ergibt 3? Das ist der Kürzungsfaktor.

ZWISCHENERGEBNIS: Kürzungsfaktor = 14 (denn $42 : 14 = 3$)

SCHRITT 2: Diesen Faktor wendest du auch auf den Nenner an: $56 : 14 = 4$.

ENDERGEBNIS: $\frac{42}{56} = \frac{3}{4}$, Kürzungsfaktor 14

AUFGABE 4a

TIPP: Zwei Brüche sind gleichwertig, wenn du den einen durch Erweitern oder Kürzen in den anderen umwandeln kannst.

SCHRITT 1: Prüfe, ob $\frac{4}{6}$ durch Erweitern zu $\frac{10}{15}$ werden kann. Vergleiche die Nenner: $15 : 6$ ergibt keine ganze Zahl, also funktioniert direktes Erweitern von $\frac{4}{6}$ nicht.

SCHRITT 2: Kürze stattdessen beide Brüche vollständig. $\frac{4}{6}$ kürzt du mit 2: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

ZWISCHENERGEBNIS: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

SCHRITT 3: $\frac{10}{15}$ kürzt du mit 5: $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

ZWISCHENERGEBNIS: $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

SCHRITT 4: Beide vollständig gekürzten Brüche sind gleich ($\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$), also beschreiben sie denselben Wert.

ENDERGEBNIS: gleichwertig, denn beide Brüche kürzen sich zu $\frac{2}{3}$





AUFGABE 4b

TIPP: Kürze auch hier beide Brüche vollständig und vergleiche die Ergebnisse.

SCHRITT 1: Kürze $\frac{5}{9}$. Der größte gemeinsame Teiler von 5 und 9 ist 1, der Bruch ist also schon vollständig gekürzt.

ZWISCHENERGEBNIS: $\frac{5}{9}$ bleibt $\frac{5}{9}$

SCHRITT 2: Kürze $\frac{15}{28}$. Der größte gemeinsame Teiler von 15 und 28 ist ebenfalls 1 ($15 = 3 \cdot 5$, $28 = 4 \cdot 7$, keine gemeinsamen Faktoren), der Bruch ist also schon vollständig gekürzt.

ZWISCHENERGEBNIS: $\frac{15}{28}$ bleibt $\frac{15}{28}$

SCHRITT 3: Vergleiche die beiden vollständig gekürzten Brüche: $\frac{5}{9}$ und $\frac{15}{28}$ sind nicht gleich, da sie unterschiedliche Nenner mit unterschiedlichem gekürztem Wert haben. Rechnerisch bestätigst du das über Kreuz: $5 \cdot 28 = 140$ und $9 \cdot 15 = 135$. Da 140 ungleich 135 ist, sind die Brüche nicht gleichwertig.

ENDERGEBNIS: nicht gleichwertig, da $5 \cdot 28 = 140$ ungleich $9 \cdot 15 = 135$

AUFGABE 5

TIPP: Kürze jeden Bruch aus Spalte A einzeln vollständig und schau dann, welcher Bruch aus Spalte B dasselbe Ergebnis liefert.

SCHRITT 1: Kürze $\frac{24}{32}$. Beide Zahlen sind durch 8 teilbar: $24 : 8 = 3$, $32 : 8 = 4$.

ZWISCHENERGEBNIS: $\frac{24}{32} = \frac{3}{4}$, das passt zu b) $\frac{3}{4}$

SCHRITT 2: Kürze $\frac{15}{40}$. Beide Zahlen sind durch 5 teilbar: $15 : 5 = 3$, $40 : 5 = 8$.

ZWISCHENERGEBNIS: $\frac{15}{40} = \frac{3}{8}$, das passt zu c) $\frac{3}{8}$

SCHRITT 3: Kürze $\frac{21}{49}$. Beide Zahlen sind durch 7 teilbar: $21 : 7 = 3$, $49 : 7 = 7$.

ZWISCHENERGEBNIS: $\frac{21}{49} = \frac{3}{7}$, das passt zu a) $\frac{3}{7}$

ENDERGEBNIS: 1 → b), 2 → c), 3 → a)

AUFGABE 6a

TIPP: Der Bruchteil ergibt sich aus „gegessene Stücke durch alle Stücke“. Kürze danach so weit wie möglich.

SCHRITT 1: Lea hat 15 von 36 Stücken gegessen, das ergibt den Bruch $\frac{15}{36}$.

SCHRITT 2: Kürze $\frac{15}{36}$. Beide Zahlen sind durch 3 teilbar: $15 : 3 = 5$, $36 : 3 = 12$.





ZWISCHENERGEBNIS: $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

SCHRITT 3: Prüfe, ob $\frac{5}{12}$ noch weiter kürzbar ist. 5 ist eine Primzahl und 12 ist nicht durch 5 teilbar, also ist $\frac{5}{12}$ schon vollständig gekürzt.

ENDERGEBNIS: Lea hat $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ der Tafel gegessen.

AUFGABE 6b

TIPP: Überlege zuerst, wie viele der 36 Stücke $\frac{2}{3}$ der Tafel entsprechen, indem du $\frac{2}{3}$ auf den Nenner 36 erweiterst.

SCHRITT 1: Erweitere $\frac{2}{3}$ auf den Nenner 36. Der Erweiterungsfaktor ist $36 : 3 = 12$.

SCHRITT 2: Wende den Faktor auch auf den Zähler an: $2 \cdot 12 = 24$.

ZWISCHENERGEBNIS: $\frac{2}{3} = \frac{24}{36}$, Tom hätte also 24 Stücke gegessen.

SCHRITT 3: Addiere Leas und Toms Stücke: $15 + 24 = 39$.

ZWISCHENERGEBNIS: Zusammen wären das 39 Stücke.

SCHRITT 4: Vergleiche mit der Gesamtzahl der Tafel: 39 ist größer als 36. Das bedeutet, Toms Behauptung kann nicht stimmen, denn zusammen mit Leas Anteil würden mehr Stücke gegessen, als die Tafel überhaupt hat.

ENDERGEBNIS: Tom müsste 24 Stücke gegessen haben, damit $\frac{2}{3}$ stimmen - zusammen mit Leas 15 Stücken wären das aber 39 Stücke, also mehr als die vorhandenen 36. Toms Behauptung kann also nicht zutreffen.

AUFGABE 6c

TIPP: Denke daran, was Kürzen oder Erweitern mit dem Wert eines Bruchs macht.

SCHRITT 1: Prüfe, ob sich $\frac{15}{36}$ zu $\frac{5}{12}$ kürzen lässt: $15 : 3 = 5$ und $36 : 3 = 12$, also tatsächlich $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

SCHRITT 2: Erinnere dich daran, dass Kürzen (und ebenso Erweitern) den Wert eines Bruchs nicht verändert, weil Zähler und Nenner mit derselben Zahl geteilt (bzw. multipliziert) werden - das entspricht einer Multiplikation mit 1 (hier mit $\frac{3}{3}$).

ENDERGEBNIS: $\frac{15}{36}$ und $\frac{5}{12}$ beschreiben denselben Bruchteil, weil man $\frac{15}{36}$ durch Kürzen mit 3 zu $\frac{5}{12}$ umformen kann und Kürzen den Wert eines Bruchs nicht verändert.

